Balai Citoyen

BAC blanc 2022

Epreuve de Mathématiques série D.

Durée 4h. Coefficient:2

EXAMEN BLANC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

(La calculatrice n'est pas autorisée)

Exercice 1(4 points)

Dans une loterie on distribue deux séries de billets : A et B.

La série A comporte 12 billets dont 4 gagnants. La série B comporte 15 billets dont 5 gagnants

Une personne achète 3 billets dont deux de la série A et 1 de la série B. on suppose tous les choix équiprobables.

1) Quelle est la probabilité qu'une seule des trois billets soit gagnante ?
2) Quelle est la probabilité que 2 au moins des 3 billets soient gagnant ?
3) Tout billet gagnant de la série A gagne 2500 F et tout billets gagnant de la séries B gagne 5000 F. On désigne par x la variable aléatoire qui associe à l'achat de trois billets (2 de A et 1 de B) le gain réalisé.
   a) Quel est l'ensemble des valeurs prise par X ?
   b) Déterminé la loi de probabilité X

Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de x. déduisez- en l'écart type.

Exercice 2 (05 points)

Le plan complexe Ꝑ est rapporté au repère orthonormal (o, $\vec{u}$;$\vec{v}$) ; unité 2 cm.

On considère l'application f définie sur C* par f(z) = $\frac{1}{z}$. F est l'application du plan p privé de 0 dans lui-même qui à tout point M d'affixe z,associe le point M' d'affixe z' = f(z) .

1) On pose $z = re^{i\Theta}$,$r \in R^{*+}$ et $\Theta \in R$.

Exprimer le module et un argument de f(z) en fonction de r et Θ.

2) On pose z = x + iy et Z = X + iY où Z est l'affixe du milieu I de [MM'] ;x,y ,X,Y sont des réels.
   a) Exprimer X et Y en fonction de x et y .

b) Déterminer et représenter l'ensemble (€) des points M tel que I appartienne à l'axe $(o,\vec{u})$.

c) Déterminer et représenter l'ensemble (F) des points M tel que I appartienne a l'ensemble $(o, \vec{v})$

3) On suppose $|z| = 1$. On pose donc $z = e^{i\Theta}$,Ө € R

a) Calculer Z en fonction de Ө

b) Caractériser géométriquement la restriction F au cercle de centre 0 et de rayon 1.

PROBLEME(11 points)

PARTIE A

On considère g la fonction définie par $g(x) = 1+x\,(2\ln|x| + 1)$

1°/a- Déterminer l'ensemble de définition Dg de g.

b- Déterminer les limites de g aux bornes de Dg.

2°/a- On admet que g est dérivable sur Dg. Calculer g'(x)

b- Dresser le tableau de variation de g

3°/a- Calculer l'image de -1 par g

b- Quelle est l'image J par g de l'intervalle $l =]-\infty ;- e^{-3/2}]$?

c- Démontrer que l'application h définie sur l par h(x)=g(x) est une bijection de l sur J

d- En déduire que l'ensemble des solutions de l'équation : g(x)=0

4- Déduire de tout ce qui que :

Pour tout x €$]-\infty ;- 1[$ $g(x) < 0$ et pour tout x €$]-1 ;0[$ u $]0 ; +\infty[$ $g(x) = > 0$

PARTIE B

On considère la fonction f de R vers R définie par : $\begin{cases} f(x) = x(x\ln|x| + 1) & \text{si } x \# 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On considère par (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (0, I, J). (Unité graphique 5 cm).

1°/ Démontrer que f est continue en 0

2°/a- Donner l'ensemble de de définition de f.

Préciser les limites aux bornes de son ensemble de définition

b) Etudier la dérivabilité de f en 0

c) Calculer f'(x), étudier son signe, étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

3°/a) Trouver une équation de la tangente (D) à (C) au point O.

b) Démontrer que (D) coupe (C) en deux points E et F et calculer leurs coordonnées

c) Etudier la position de (C) par rapport à (D)

4) Démontrer que (C) coupe (OI) en un point K d'abscisse β telle que : $-1{,}8 < \beta < -1{,}7$

5) Tracer avec précision la courbe (C)

PARTIE C

Soit ά un nombre réel appartenant à]0 ;1[

1) A l'aide de l'intégration par partie, calculer $\int_{ά}^{1} x^2 lnx dx$

2-a) Calculer l'aire A(ά) de la partie du plan limitée par (C), la droite (D) et les droites d'équation x = 1 et x = ά

2-b) Calculer $\lim_{x \to 0} A(ά)$