



**EXAMEN BLANC**

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**Exercice 1 (4 pts)**

Soit P le polynôme défini par :

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$$

- 1) Calculer  $P(-1)$ .
- 2) Déterminer le réel  $a$  tel que  $p(x) = (x+1)(2x^2+ax-2)$
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $p(x) = 0$
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des équations suivantes :
  - a)  $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 5\ln x - 2 = 0$
  - b)  $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$

**Exercice 2 (6 points)**

On suppose que longueur d'un boa augmente de 40% chaque année et ceci pendant ses douze premières années .sa longueur à la naissance est de 10 centimètres. Soit  $I_0 = 10$  cm

On appelle  $I_n$  sa longueur en centimètre au bout de  $n$  année ( $0 \leq n \leq 12$ )

- 1) Calculer  $I_1 ; I_2$ .
- 2) a) Exprimer  $I_{n+1}$  en fonction de  $I_n$ .
  - a) En déduire que  $(I_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le 1<sup>er</sup> terme et la raison.
  - b) Donner l'expression de  $I_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Calculer, en mètres, sa longueur au bout de dix années (10 ans) .

(On donnera un arrondi d'ordre 2 du résultat)

- 4) A partir de quel âge aurait-il dépassé un mètre ?

Donnée :  $(1,4)^{10} = 28,925$

$\ln(1,4) = 0,336$

$\ln 10 = 2,3$

**PROBLEME (10 pts)**

1) Soit  $g$  la fonction numérique d'une variable réelle  $x$  définie sur  $]0, +\infty[$  [par  $g(x) = x^3 - 1 + \ln x$ .

- a) Déterminer les limites de  $g$  aux bornes de  $D_g$ .
- b) Etudier le sens de variation et dresser son tableau de variation.
- c) Calculer  $g(1)$

Justifier que : pour tout  $x \in ]0 ; 1[$  ,  $g(x) < 0$  et pour tout  $x \in ]1 ; +\infty[$ ,  $g(x) > 0$ .

2) On considère la fonction numérique  $f$  définie sur

$]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{\ln x}{x}$

On note  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé. Unité 2cm.

- a) Déterminer les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$
- b) Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$  ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$ .

- c) Déterminer l'équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'abscisse 2 .
- d) Représenter dans un même repère  $(C)$  et la droite  $(T)$  .(on donne  $\ln 2 \sim 0,7 ; \ln 3 = 1,1$ .)