BAC BLANC : Balai Citoyen

Série $T^{le}D$. EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice1

Le plan est rapporté au repère (o ;$\vec{u}; \vec{v}$) orthonormal directe, unité graphique 2 cm. On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice.

Soit le point I d'affixe $2i$ **.** On nomme f la transformation qui à tout point M d'affixe z ; associer le point M' d'affixe z'= iz

1-a)Préciser la nature de f ainsi que ses éléments caractéristiques

b) Déterminer l'affixe du point A' image de A d'affixe 1+$\sqrt{2}+i$

C) Montrer que les points A ; I ; A' sont alignés

2 .a) Montrer que l'ensemble des ponts M du plan tel que M ;I ;M' sont alignés est le cercle de centre ω d'affixe 1+ i et de rayon r=$\sqrt{2}$

b) Vérifier que le point A appartient à (τ)

c)Déterminer l'ensemble (τ') décrit par le point M' lorsque M décrit (τ)

3) Soit B le point d'affixe 2+2 i et B' l'image B par f

a)Démontrer que les droites (AB) et (A'B') sont perpendiculaire

b) Soit C le point d'intersection des droites (AB) et (A'B')

Déterminer la nature du quadrilatère OACA'

Exercice 2

On considéré la suite (Un) définie par U_O=2 et ∀ n ∈ N ; Un_{+1}=$\frac{2Un-16}{Un-6}$

1) Étudier graphiquement cette suite à l'aide de la courbe de la fonction f définissant (U_n)

2.a)Déterminer que (U_n) est majorée par 4

b) Démontrer que (U_n) est strictement croissante

c)En déduire que (U_n) est convergente et préciser sa limite

3) Soit V_n la suite définie sur N par :V_n=$\frac{1}{\mathrm{Un}-4}$

a)démontre que(V_n) est une suite arithmétique

b) Calculer V_n et U_n en fonction de n

c)Montrer ainsi que(Un) converge et déterminer sa limite

Problème

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ *par f(x)=*$\frac{e^x-1}{xe^x+1}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormal $(o;\vec{i};\vec{j})$ unité graphique 4cm

Partie A

Etude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par g(x)=x+2-e^x

1) Étudier le sens de variation de g sur $[0;+\infty[$ et déterminer la limite de g en$+\infty$

2.a)Montrer que l'équation g(x)=o admet une et une seule solution $\propto$ dans $[0;+\infty[$

b) Montrer que 1,14<$\propto< 1{,}15$

3) En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x

Partie B

Etude de la fonction f et tracer de la courbe (C)

1.a)Montrer que pour tout x appartenant à$[0;+\infty[$, f'(x)=$\frac{e^x\ g(x)}{(xe^x+1)2}$

b) En déduire les variations de f sur $[0;+\infty[$

2.a)Montrer que pour tout réel x positif, f(x)=$\frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$

b) En déduire la limite f en $+\infty$ .Interpréter graphiquement le résultat trouvé

3.a)Montrer que f($\propto$) =$\frac{1}{\propto+1}$

b) En utilisant l'encadrement de $\propto$ etablir à la question A.2) donner un encadrement de f($\propto$) d'amplitude 10^{-2}

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0

5.a)Montre que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;+\infty[$, f(x)-x =$\frac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ avec u(x)= $e^x - xe^x - 1$

b) Étudier le sens de variation de la fonction u sur l'intervalle $[0;+\infty[$. En déduire le signe de u(x)

6) Tracer (C) et (T)

Partie C

Calcul d'aire

1. Déterminer une primitive de f sur $[0;+\infty[$

2. On note D le domaine délimité par la courbe (C), la tangente (T) et des droites d'équations x=0 et x=1

Calculer en cm^2, l'aire A du domaine D.

On donne $e^{1,14}$=3,12; $e^{1,15}$=3,16; ln(1+e^{-1})=$\frac{1}{3}$; f($\propto$)=0 ,46 ; f(2)=0,4 f(3)=0,3